
発生過程における変形の グラフフーリエ変換による成分分解の試み

2022/1/27

メディカルイメージング連合フォーラム2022

松山友騎¹, 船富卓哉^{1,2,3}, 宇都宮夏子², 山田重人², 藤村友貴¹, 櫛田貴弘¹, 向川康博¹

¹奈良先端大, ²京大, ³JSTさきがけ

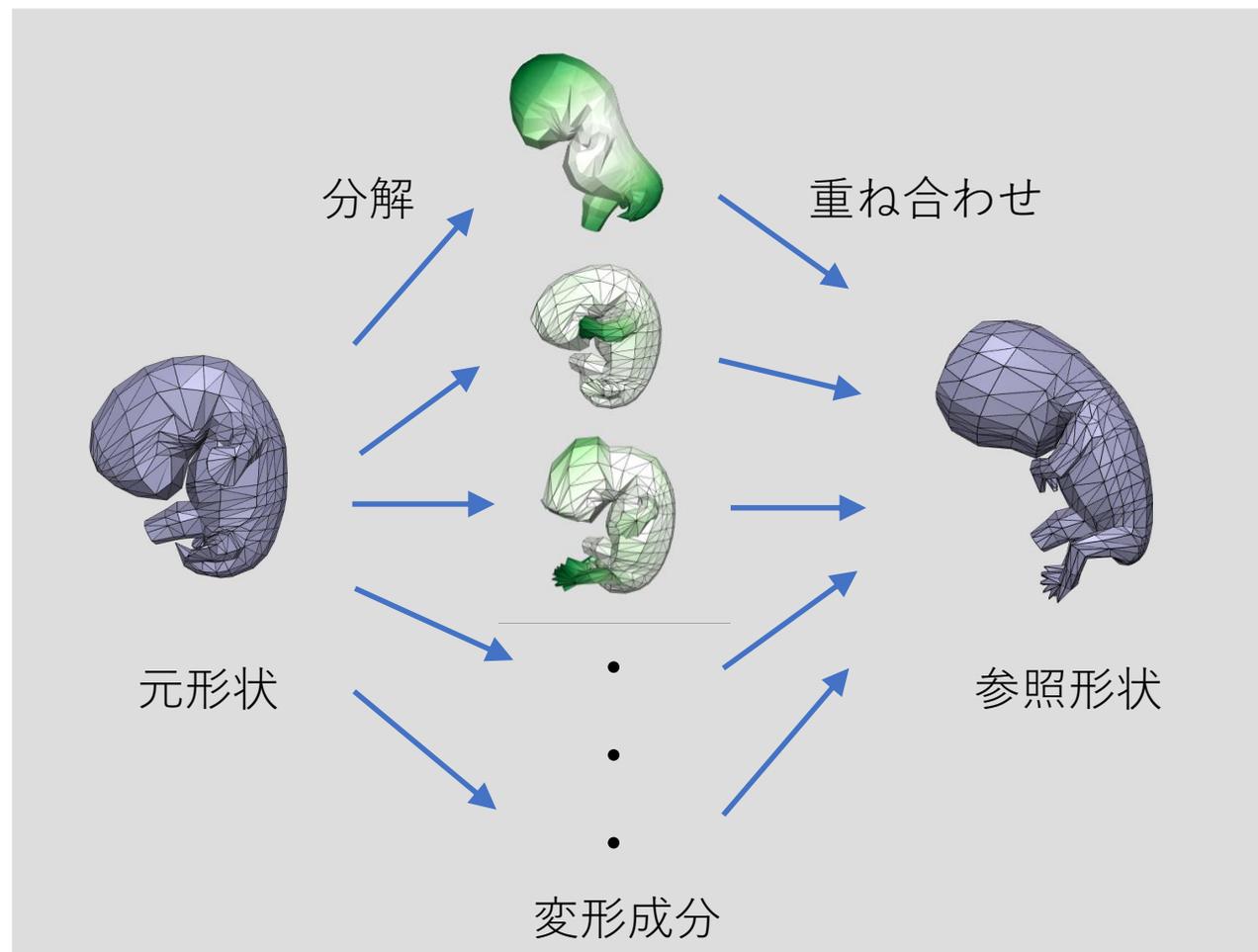
ヒトの胚子の形態形成過程の解釈に向けた数理的手法の開発

□ 課題

- 3次元的に複雑な変形
 - 変形の解釈は困難

□ 仮説：多様な変形成分が複合

1. 様々なスケールの変形成分が存在
 - 全身に生じる変形
 - 上肢・下肢に生じる変形
 - 指に生じる変形
 - etc.
2. 変形成分の分解により解釈を容易化



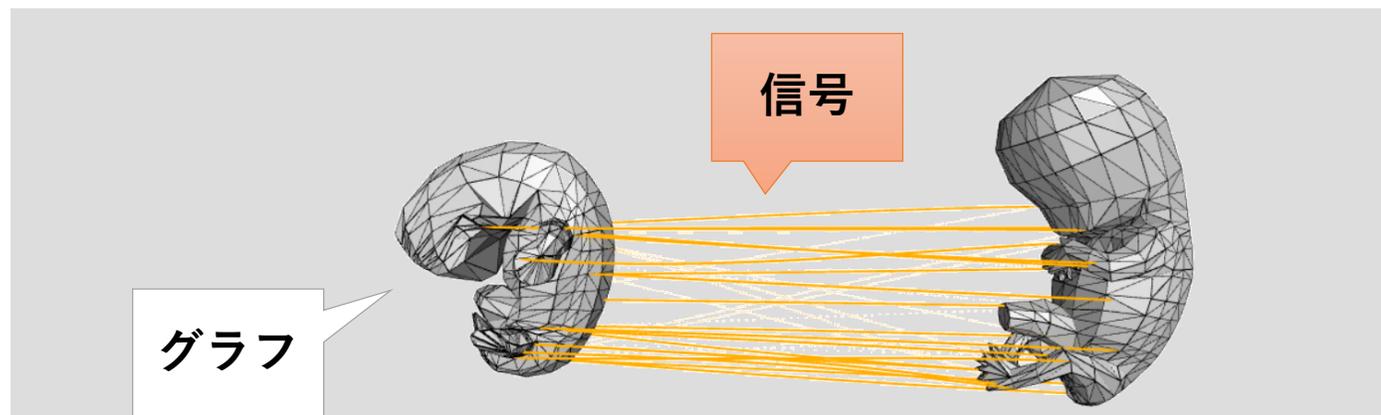
変形の成分分解の構想

□研究目的

- ヒトの形態形成過程の解釈に向けた**多様な変形の成分分解と可視化**
 - **重ね合わさった変形**を様々な**スケール**に分解

□アプローチ

- 発生学の教材として作成した胚子期のCGモデルを用いて分析
 - 異なる形態形成段階にあるモデルで頂点間の対応は既知
- **変形**（各頂点の位置変化）を**モデル上での信号**と捉え、**スペクトル解析**
 - **フーリエ変換**による解析により**様々なスケールの成分**を抽出
CGモデルをグラフとして扱う**グラフフーリエ変換(GFT)**



胚子期のCGモデルと変形による信号

GFTはグラフ上の信号を周波数ごとに分解・復元する手法

□ GFT

- **グラフ上の信号**を対象
 - (ex:3次元モデル, ネットワーク)

□ スペクトルへの分解・復元

3次元モデルの頂点数: N

グラフ各頂点($i = 1, 2, \dots, N$)の信号: $\{f_i\} \in \mathbb{R}^N$

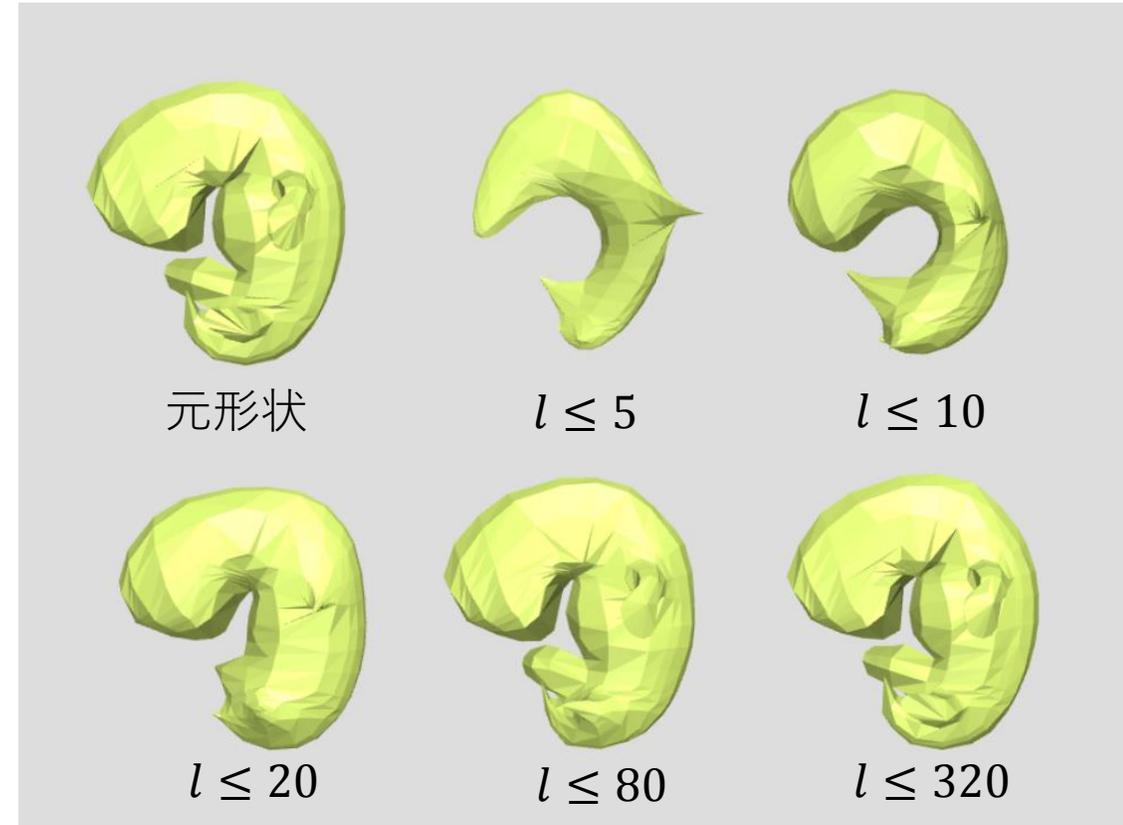
スペクトル基底($l = 0, 1, \dots, N - 1$): $\{\mathbf{u}_l\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$

- GFTによる**分解** $\mathcal{F}[\cdot]$

$$\{\hat{f}_l\} := \mathcal{F}[\{f_i\}] = \left\{ \sum_{i=1}^N f_i u_{il} \right\}$$

- 逆変換による**復元** $\mathcal{F}^{-1}[\cdot]$

$$\{f_i\} = \mathcal{F}^{-1}[\{\hat{f}_l\}] = \left\{ \sum_{l=0}^{N-1} \hat{f}_l u_{il} \right\}$$



3次元モデルの座標値の分解・復元

GFTのスペクトル基底は**多様なスケールの形状の特徴を反映**

□ 3次元モデルのスペクトル基底

- スペクトル基底 $\mathbf{u}_l \in \mathbb{R}^N$ はグラフラプラシアン $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ の固有ベクトル

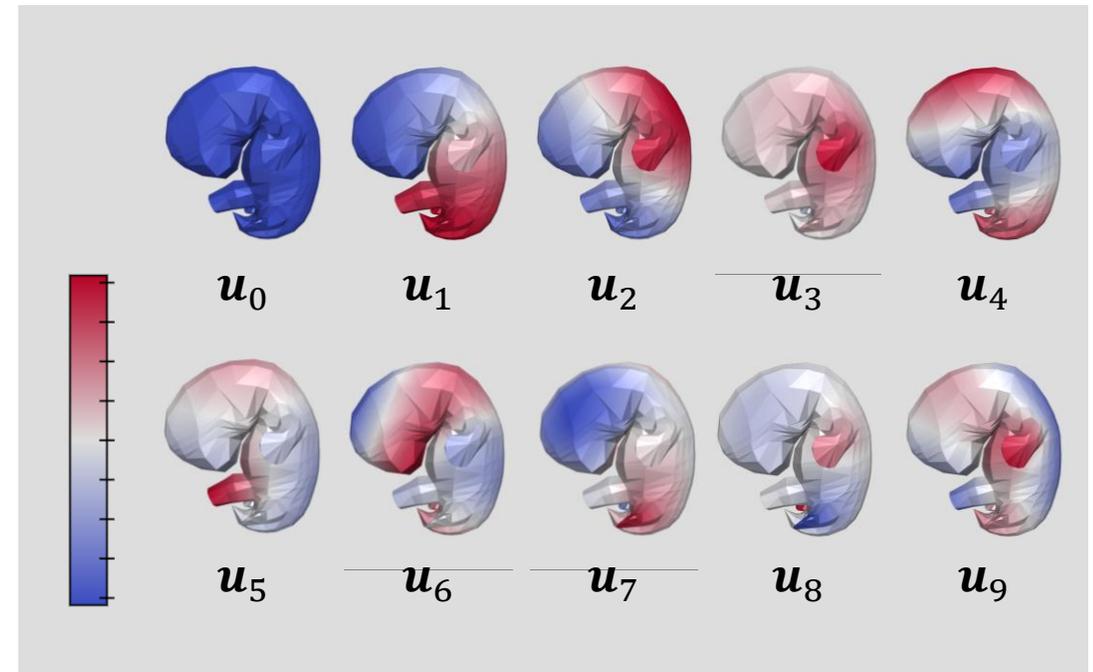
$$\mathbf{L}\mathbf{u}_l = \lambda_l \mathbf{B}\mathbf{u}_l \quad (l = 0, 1, \dots, N - 1)$$

正規化行列： $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{N \times N}$

- スペクトル基底 \mathbf{u}_l の各値は各頂点に対応

□ スペクトル基底が反映する特徴の例

- \mathbf{u}_1 ：上半身，下半身
- \mathbf{u}_2 ：腹部，背部
- \mathbf{u}_3 ：左腕，右腕



スペクトル基底が表す形状の特徴
(スペクトル基底の値に応じて色付け)

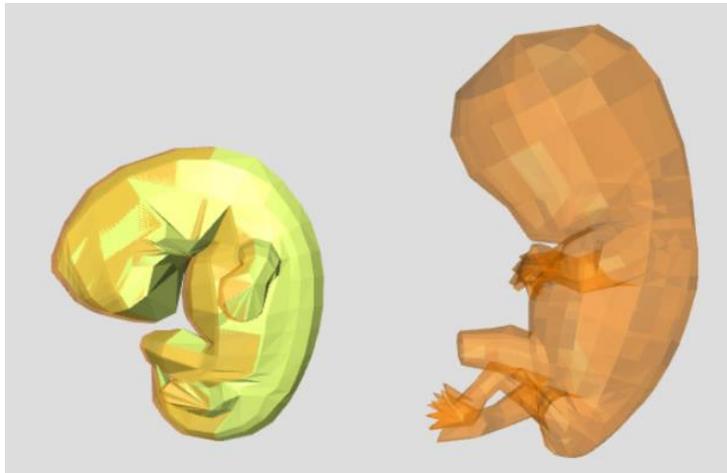
3次元モデルの各頂点での変換から求まる変形場として
ベクトル場, 幾何変換場を使用

□ ベクトル場

■ 変位を表現

元形状 $\{\mathbf{s}_i\}$ から参照形状 $\{\mathbf{r}_i\}$ への変形

ベクトル $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^3$: $\mathbf{r}_i = \mathbf{v}_i + \mathbf{s}_i$



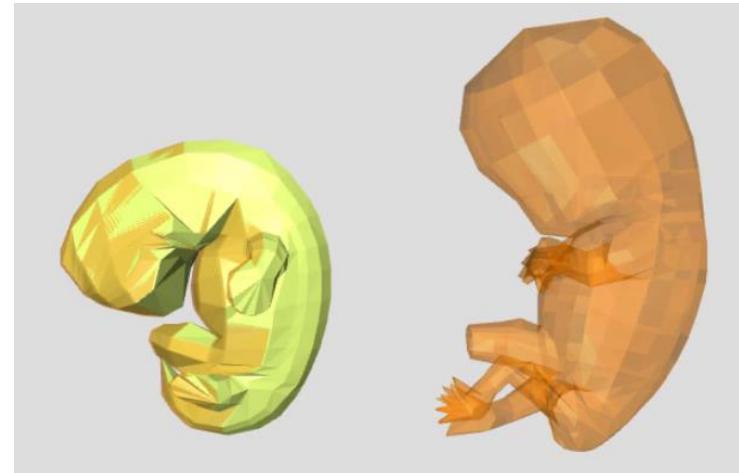
ベクトル場による変形

□ 幾何変換場

■ 局所構造を含んだ表現

今回は**相似変換**Sim(3)を適用

4×4の行列 $\mathbf{Q}_i \in \text{Sim}(3)$: $\tilde{\mathbf{r}}_i = \mathbf{Q}_i \tilde{\mathbf{s}}_i$
($\tilde{\cdot}$: 同次座標系)



幾何変換場による変形

スペクトル解析における幾何変換特有の処理

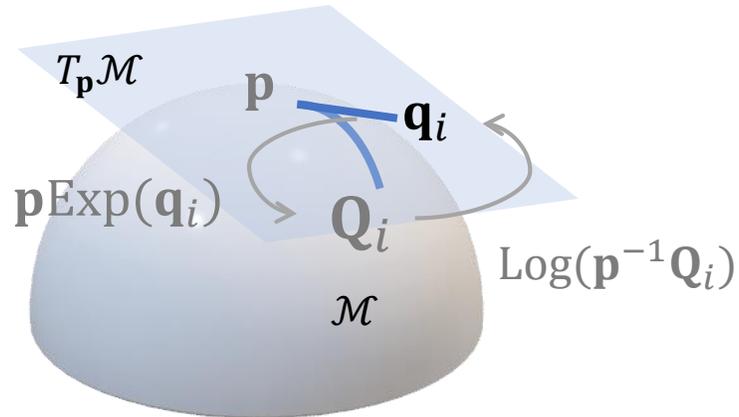
幾何変換の性質を保つため、接ベクトル空間で分解・復元

□ 問題点

- 相似変換は線形演算不可

□ 解決策

- 接ベクトル空間を用いたスペクトル解析



接ベクトル空間の概念図

□ 接ベクトル空間でのスペクトル解析

■ 前提

多様体： \mathcal{M}

ある相似変換： $\mathbf{p} \in \mathcal{M}$

\mathbf{p} における接ベクトル空間： $T_p\mathcal{M}$

1. 接ベクトル空間への写像 $\mathcal{M} \rightarrow T_p\mathcal{M}$

$\text{Log}_p : \mathbf{Q}_i \mapsto \mathbf{q}_i = \text{Log}(\mathbf{p}^{-1}\mathbf{Q}_i)$

2. GFT： $\{\hat{\mathbf{q}}_l\} = \mathcal{F}[\{\mathbf{q}_i\}]$

3. 成分の抽出： $\mathbf{q}_{i,l} = \hat{\mathbf{q}}_l u_{il}$

4. 多様体への写像 $T_p\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{M}$

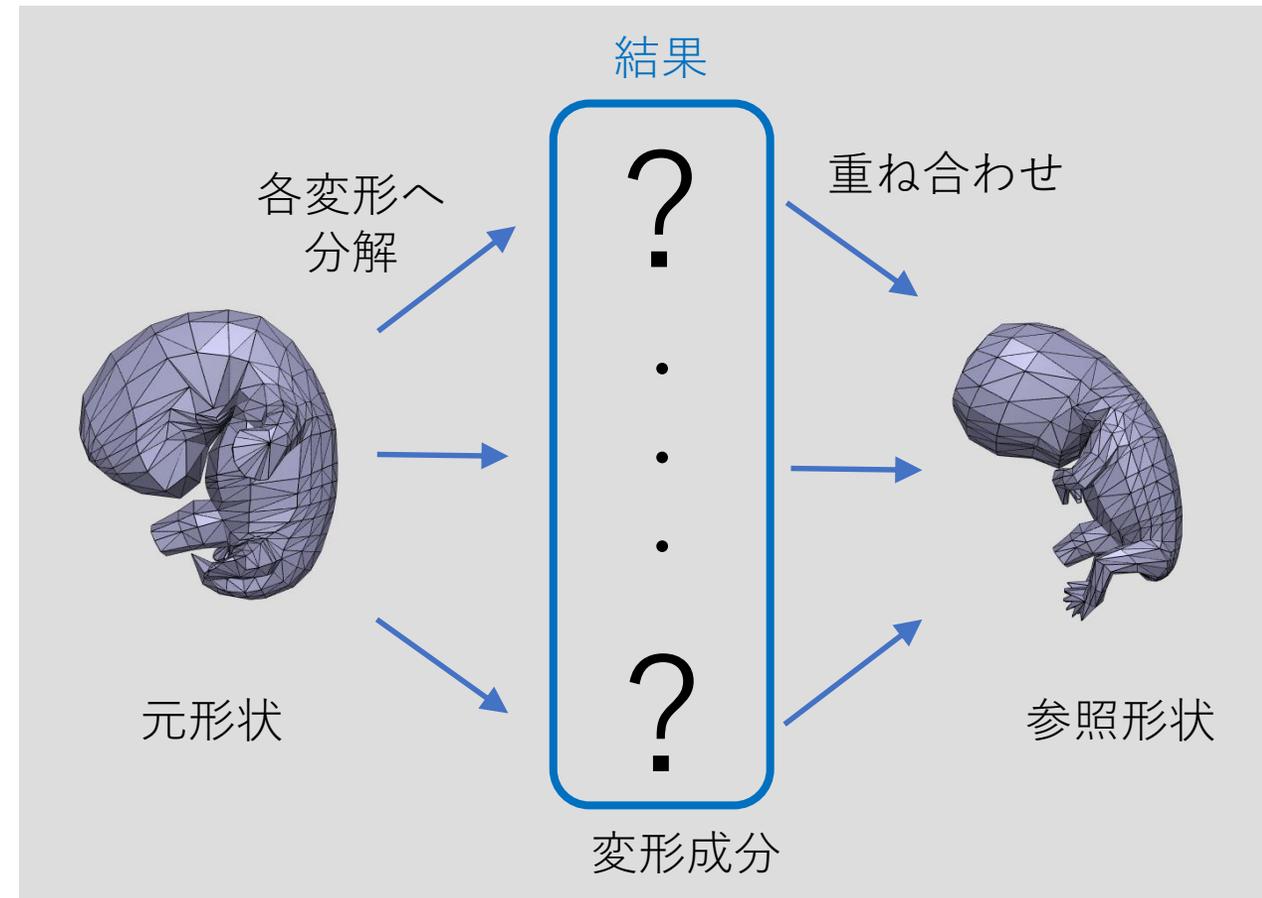
$\text{Exp}_p : \mathbf{q}_{i,l} \mapsto \mathbf{Q}_{i,l} = \mathbf{pExp}(\mathbf{q}_i)$

□ 評価内容

1. ベクトル場と幾何変換場での変形成分の比較
2. 大局的, 局所的な変形成分
 - ベクトル場
 - 幾何変換場

□ 選定基準

- 変形量の大きい変形成分
 - 変形量は各頂点の軌跡から算出
 - 大局的, 局所的なスペクトル l の境界
 - 大局的 ($l \leq \frac{2N}{3}$)
 - 局所的 ($\frac{2N}{3} < l$)
- ($N = 562$)



定性的評価を行う変形成分

ベクトル場と幾何変換場での変形成分の比較

□ 共通点

- スペクトル基底が表す形状の特徴と変形成分の特徴は一致

- ✓ **スペクトル基底の特徴に応じて変形成分の抽出が可能**

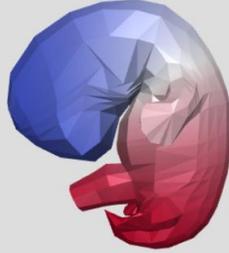
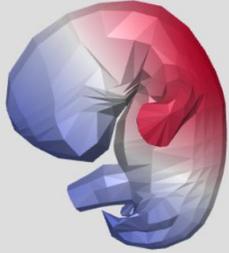
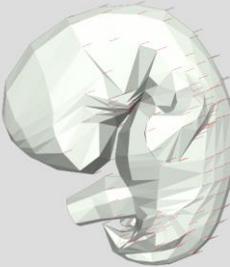
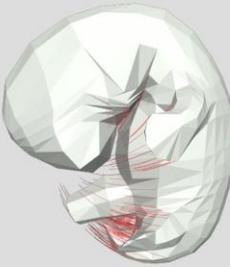
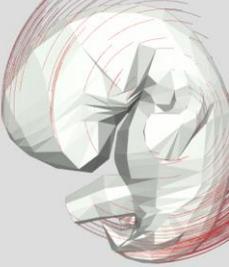
□ ベクトル場による変形の特徴

- 軌跡が平行になるような変形

□ 幾何変換場による変形の特徴

- 大きさや回転を伴う変形

- ✓ **幾何変換場は複雑な変形を表現可能**

	第0成分	第1成分	第2成分
スペクトル基底			
ベクトル場			
幾何変換場			

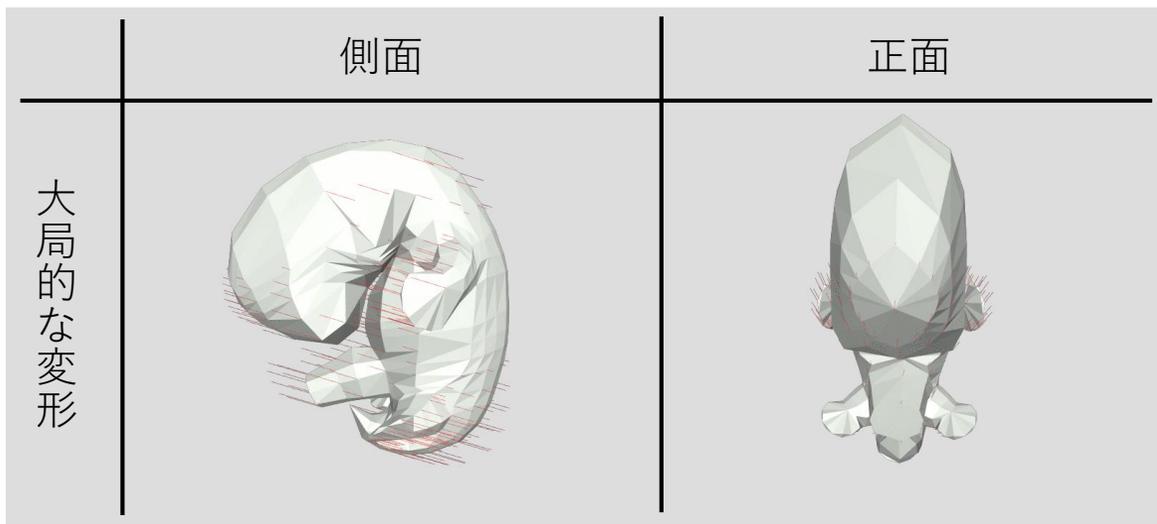
スペクトル基底に対応する変形成分

ベクトル場での大局的, 局所的な変形成分

□大局的な変形 (第4成分)

- 主に後頭部, 臀部が後退, 腹部は膨張

- ✓ 臀部, 後頭部の部分的な特徴を表現可能
- ✗ **主要な変形の特徴は表現が困難**



第4成分による変形成分

□局所的な変形 (第512成分)

- 左手薬指が伸長

- ✓ 手の指が形成される**局所的なスケール**の特徴を表現可能

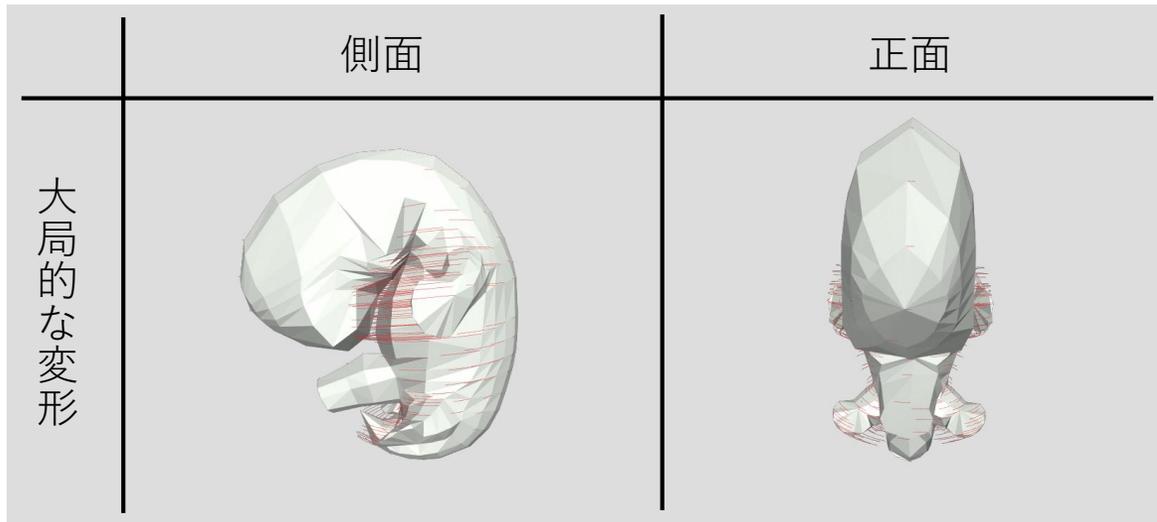


第512成分による変形成分

□ 大局的な変形 (第3成分)

- 主に腕が腹部へ回転, 伸長

✓ 主要な変形の特徴を表現可能



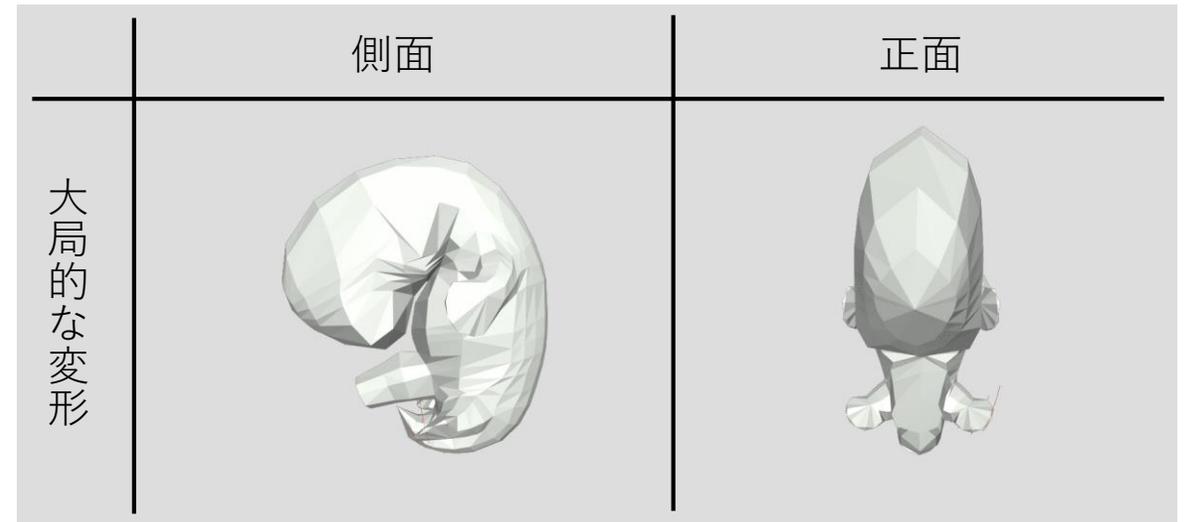
第3成分による変形成分

□ 局所的な変形 (第500成分)

- 左足の薬指が伸長

✓ 足の指が形成される局所的なスケールの特徴も表現可能

× 過剰な変形が生じる



第500成分による変形成分

まとめ

- GFTにより多様なスケールをもつ変形成分へ分解, 可視化
- 変形成分を定性的に評価 (発生的に解釈)
 - 幾何変換場は大局的な変形の特徴を表現
 - 幾何変換場, ベクトル場はともに局所的な変形の特徴を表現

今後

- スペクトル基底の組み合わせによる, より自然な変形成分への分解
- 頂点間の対応の取れていない3次元モデルへ適用範囲を拡張
- 拡張した技術から得られる結果とこれまでの発生的な解釈の対応