

幾何変換のスパース回帰による 変形場の表現

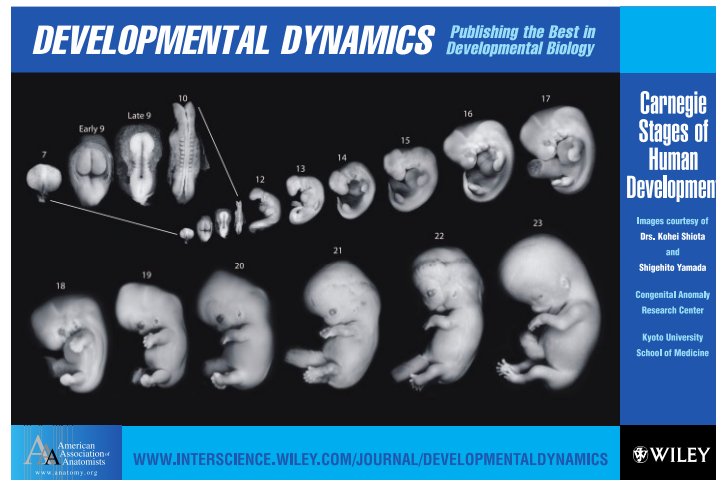
2021年11月5日 第184回CGVI研究発表会 (21)

船富卓哉, 藤村友貴, 櫛田貴弘, 向川康博, 山田重人
奈良先端科学技術大学院大学 京都大学

世界屈指の貴重なヒト胚子の標本群

ヒトの発生過程は未解明

- 主要器官は受精後2ヶ月で形成
(妊娠発覚時には大抵完了)
- 体内で起こる変化で観察が困難



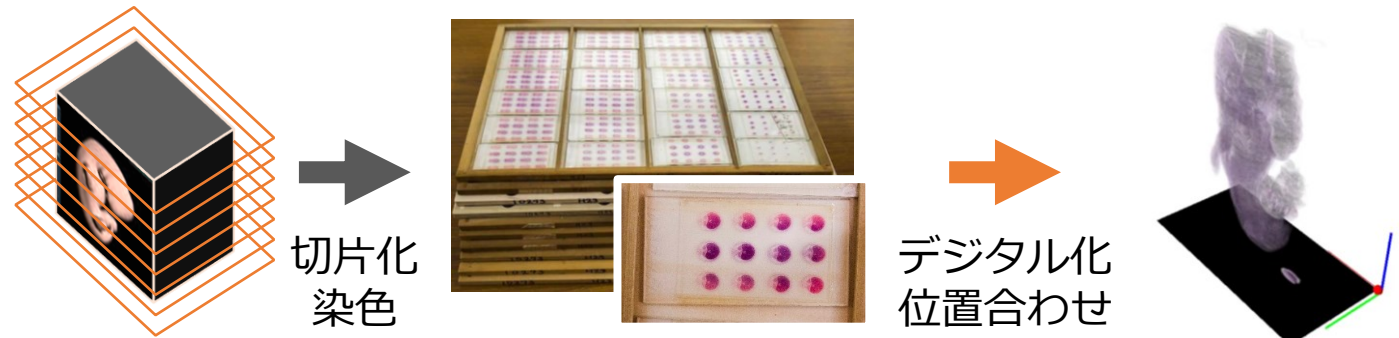
約1,000例の連続組織切片

約50年前に製作，新規収集は困難

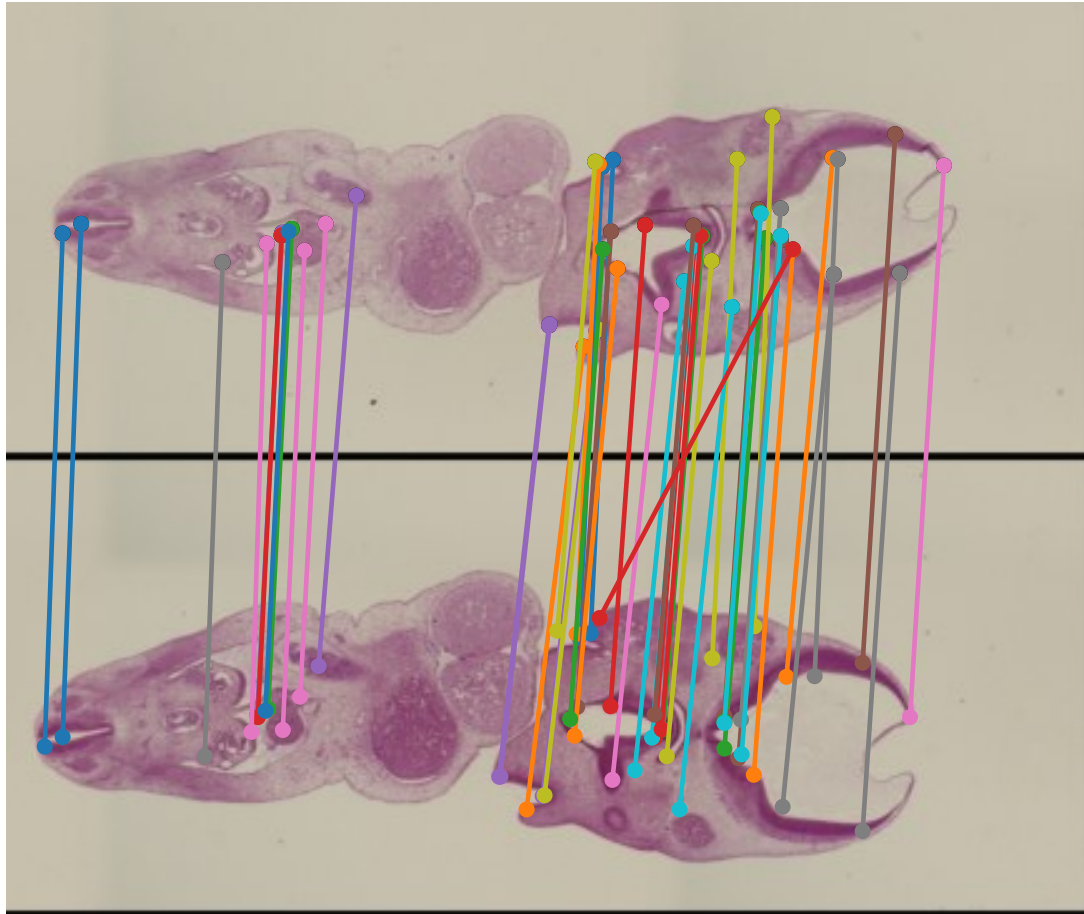
- ✓ 器官や組織の詳細な弁別が容易
- ✗ 3次元的な形態の把握が困難

→ 連続切片からの3次元再構成

- 1標本から千枚以上の切片
- 切片製作時に物理的な歪みが発生



切片の位置合わせの基本的な流れ



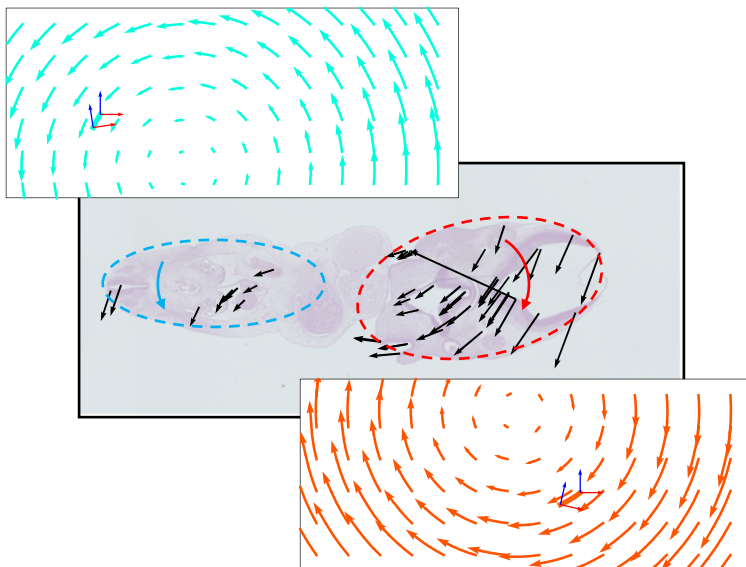
1. 各切片画像で
局所特徴量を計算
 - 有名どころではSIFT特徴量
 - 最近は深層学習の中間表現も
2. 特徴量間に対応付け
 - 誤対応もそれなりに存在
3. 対応点で位置合わせ
as-rigid-as-possible
 - i. 剛体 : 回転や並進
 - ii. **非剛体** : Thin Plate Spline補間

これまでの取り組み 幾何変換の合成を用いた変形の表現

[Pattern Recognition '19]

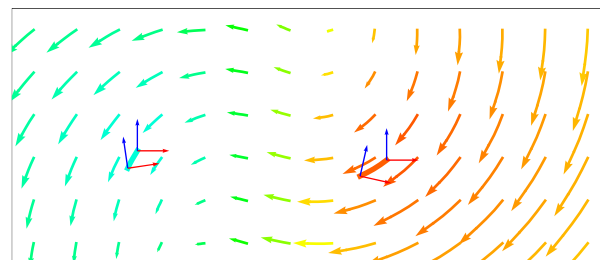
1. 局所領域で幾何変換を推定

局所的な対応点群から
幾何変換（並進＋回転）を推定

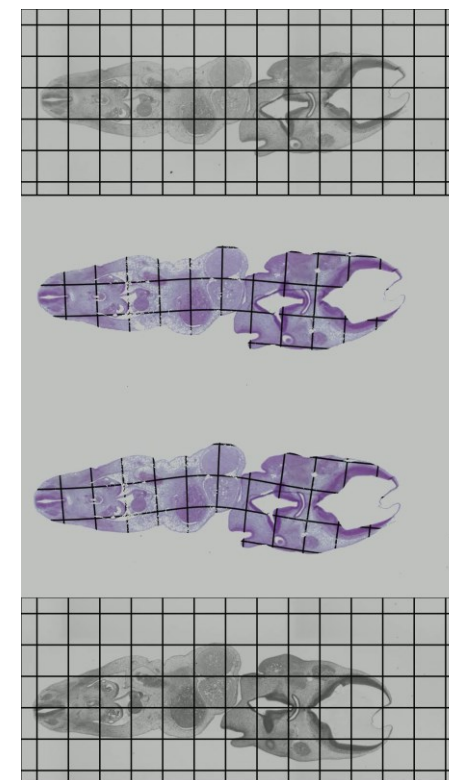
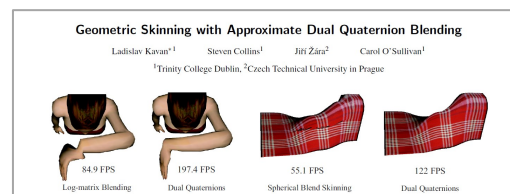


2. 画像全体で幾何変換を補間

複数の幾何変換を**合成**
重みは経験的に決定

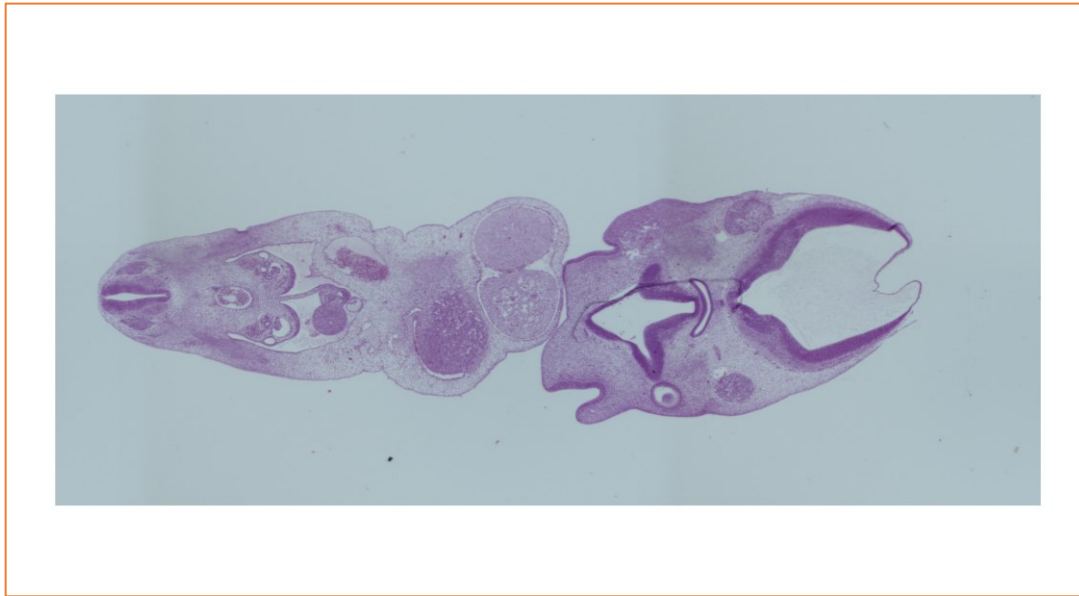


Skinning手法から着想

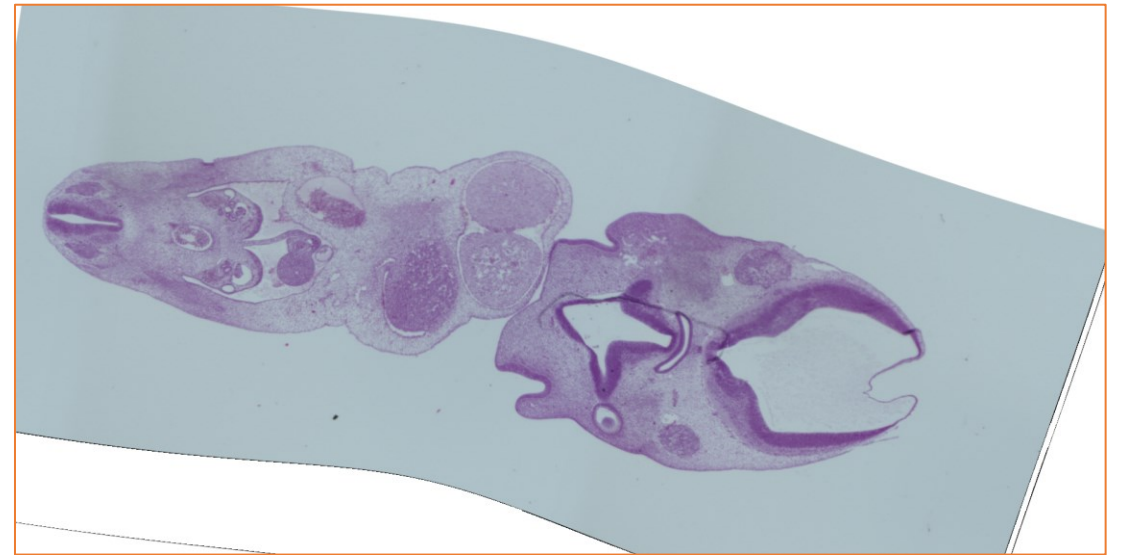


連続切片画像の非剛体位置合わせ

入力画像列

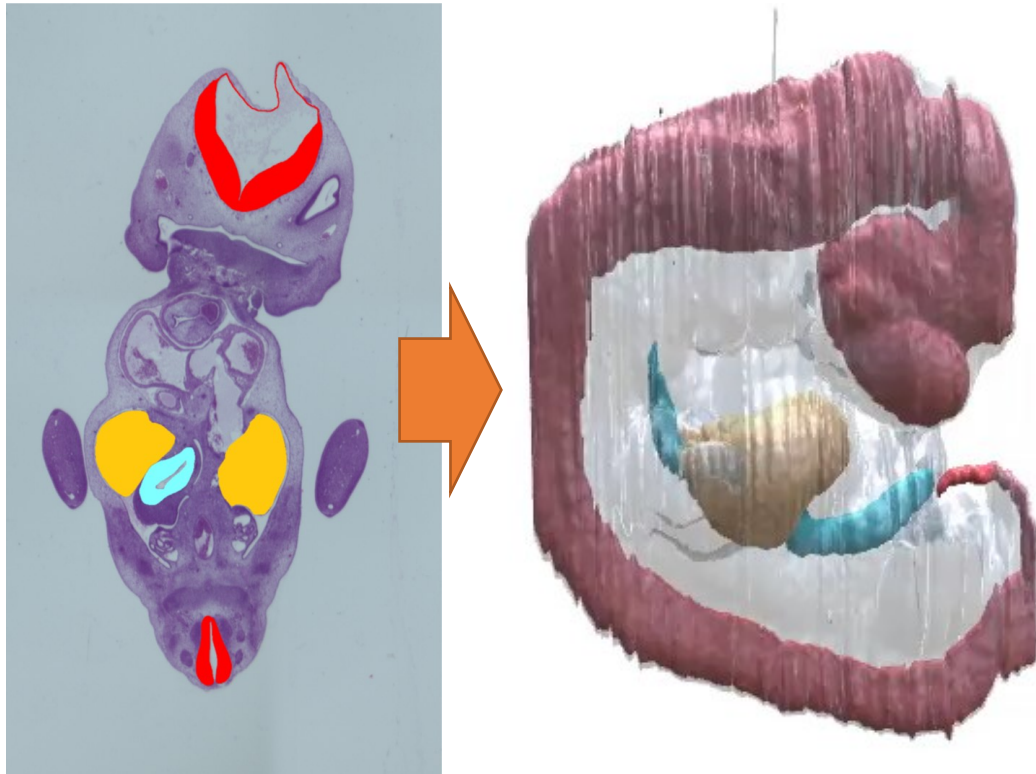


位置合わせ結果

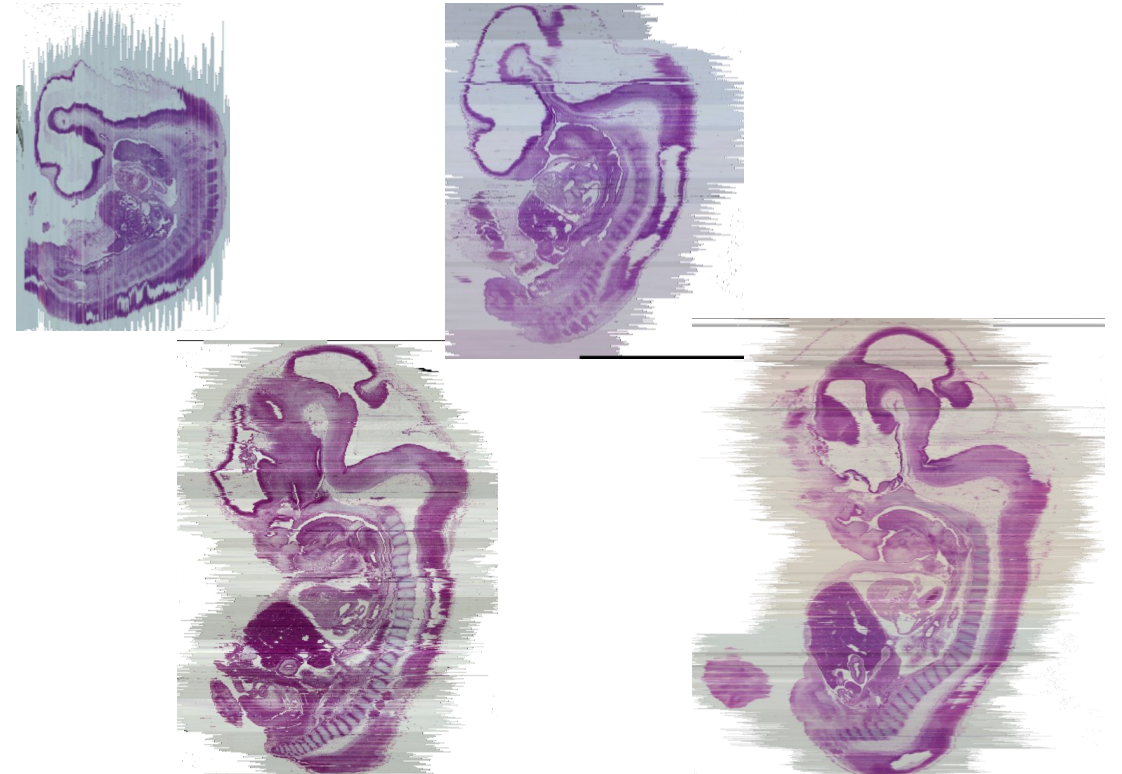


連続切片画像からの3次元復元

器官アノテーション
+ 3次元復元



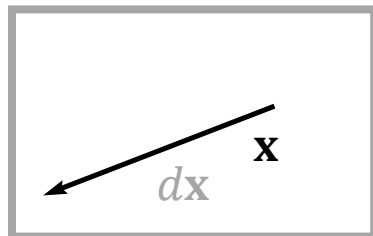
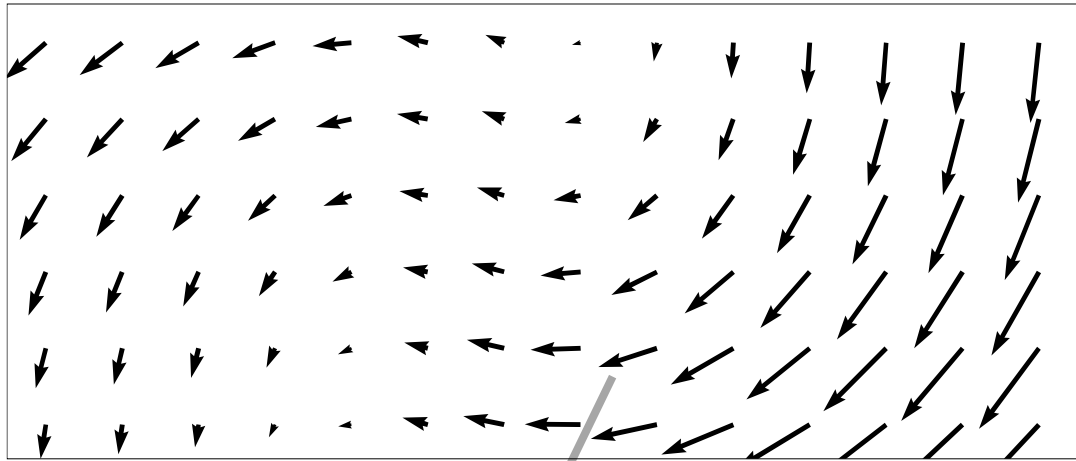
様々なサンプルでの位置合わせ結果
(積層結果の横断面)



本日の話題：変形場のモデル化

ベクトル場

各点が変位ベクトルを持つ

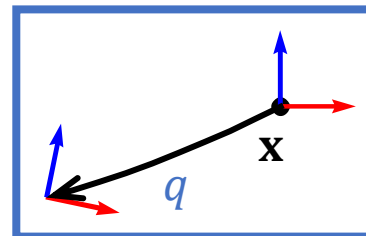
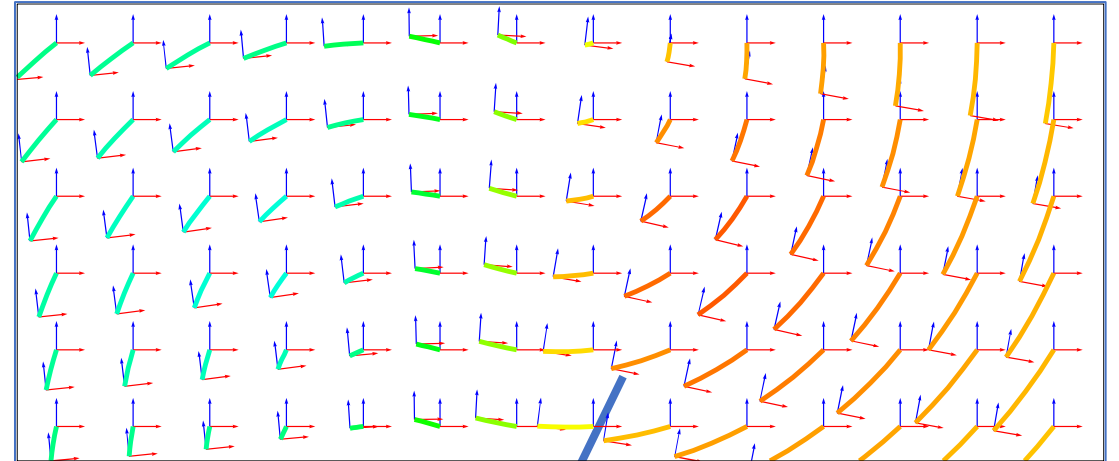


変位

$\mathbf{x} + d\mathbf{x}$ ：演算体系は加法

幾何変換場

各点が幾何変換を持つ



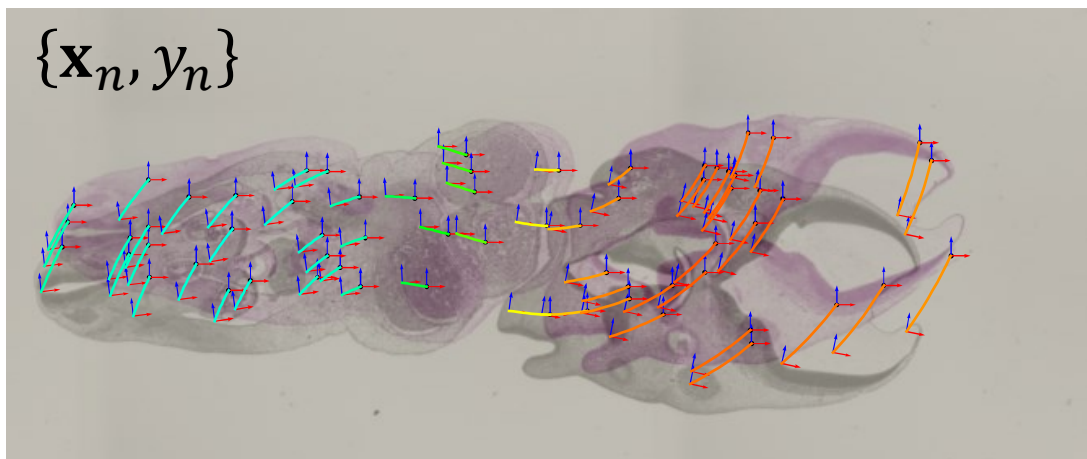
幾何変換 = 剛体/相似変換

$q\mathbf{x}$ ：演算体系は乗法

幾何変換を対象とした回帰モデル

問題設定

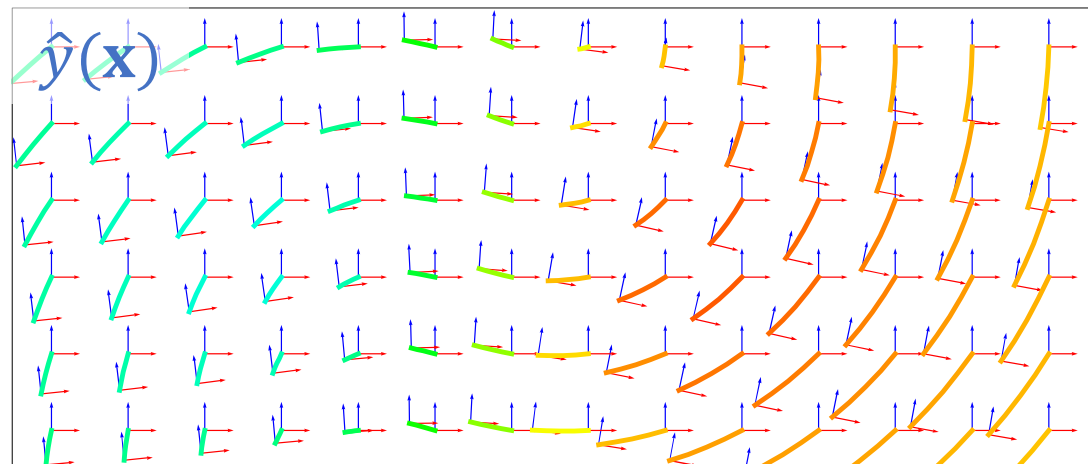
- $\mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^2$: 画像座標
 - $y_n \in \text{SE}(2)$: 剛体変換
- から**幾何変換場** $\hat{y}(\mathbf{x})$ をモデル化



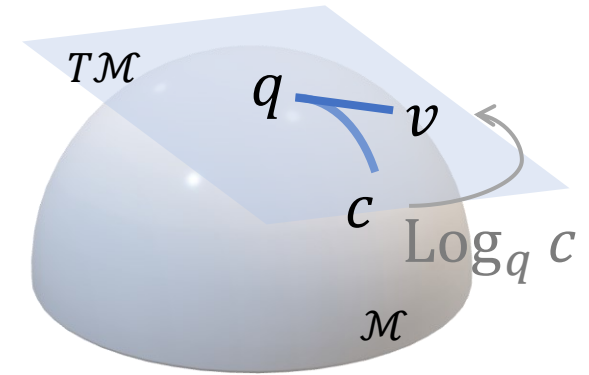
回帰モデル

 $y(\mathbf{x}) = c_0 + c_1 x_1 + c_2 x_2$
 $c_i \in \text{SE}(2)$: 剛体変換

幾何変換は加法で閉じていない



乗法に基づく幾何変換の合成

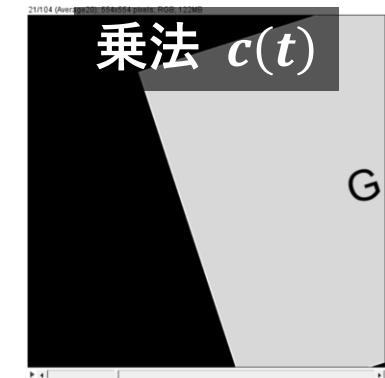
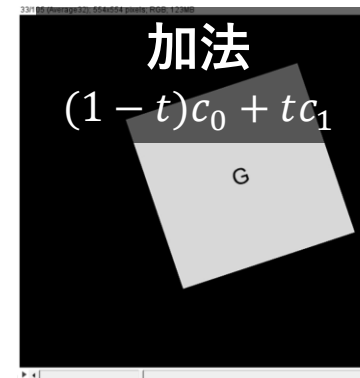
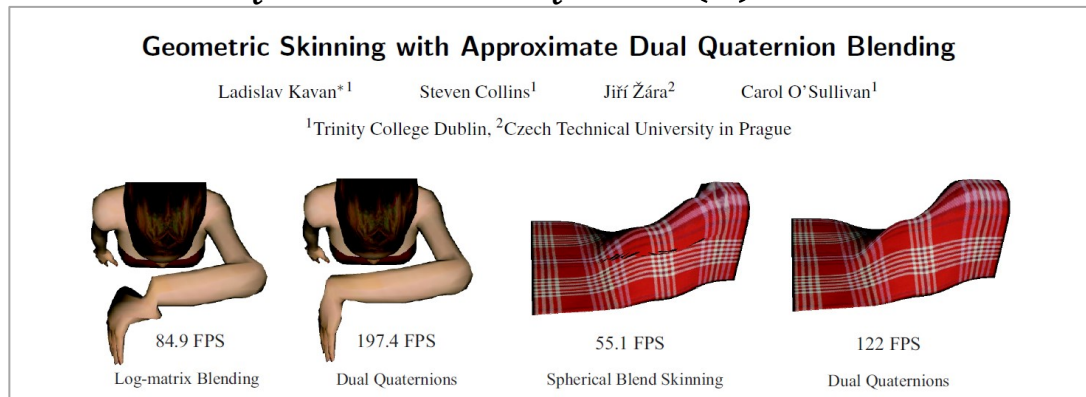
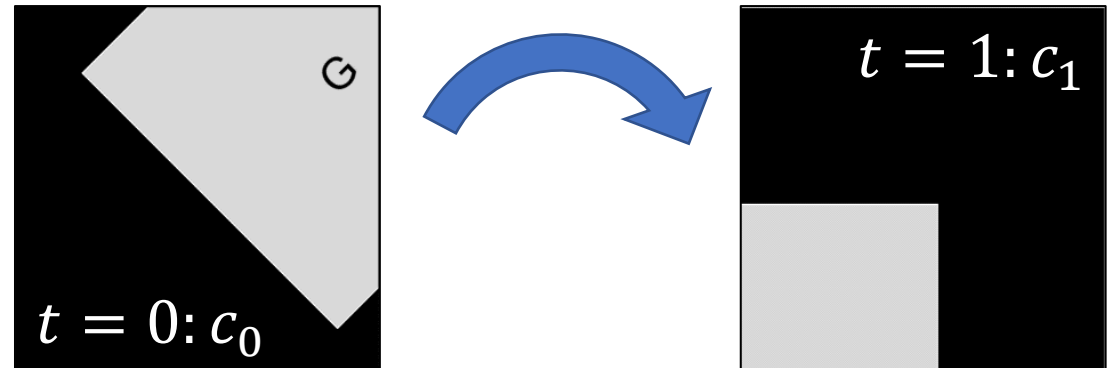


乗法に基づく重み付き合成 (内測平均)

$$\operatorname{argmin}_{q \in \text{SE}(2)} \left\| \sum_i \frac{x_i}{\sum_j x_j} \text{Log}_q(c_i) \right\| \rightarrow 0$$

$\text{Log}_q(\cdot)$: q における接平面への写像
 $x_i \geq 0$: , $c_i \in \text{SE}(2)$: 剛体変換

剛体変換の合成結果の違い



乗法に基づくカーネル回帰（RBF補間）

一般のカーネル回帰

$$f(\mathbf{x}) = \sum_i c_i \Phi_i(\mathbf{x})$$

- $\Phi_i(\mathbf{x})$ ：カーネル関数
ガウシアンカーネルの場合
 $\Phi_i(\mathbf{x}) = \exp(-\gamma \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|_2^2) \in (0,1]$
- $c_i \in \mathbb{R}$ ：係数を求める
過学習を防ぐため、
正則化 $\sum \|c_i\|_p$ を含める

幾何変換のカーネル回帰

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \operatorname{argmin}_{q \in \text{SE}(2)} \left\| \sum_i \frac{\Phi_i(\mathbf{x})}{\sum_j \Phi_j(\mathbf{x})} \operatorname{Log}_q(c_i) \right\|$$

$\{y_n \in \text{SE}(2), \mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^2\}$ に対し

係数 $c_i \in \text{SE}(2)$ を求める

- データ項： $\hat{y}(\mathbf{x}_n)$ を y_n に近く
- スパース正則化項： $\{c_i\}$ を少なく

（この先、2頁だけお付き合いください...）

正則化項の設定における課題

【課題 1】

$c_i \in \text{SE}(2)$ に零元(0)がない

【対策 1】 係数 $w_i \in \mathbb{R}$ を追加

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \underset{q \in \text{SE}(2)}{\operatorname{argmin}} \left\| \sum_i \frac{w_i^2 \phi_i(\mathbf{x})}{\sum_j w_j^2 \phi_j(\mathbf{x})} \operatorname{Log}_q(c_i) \right\|$$

w_i^2 : 重みの凸性を担保するため

正則化項:

$$E_r = \sum_i |w_i|$$

【課題 2】

重みの凸性に由来する不定性が存在

$$\frac{w_i^2 \phi_i(\mathbf{x})}{\sum_j w_j^2 \phi_j(\mathbf{x})} = \frac{(kw_i)^2 \phi_i(\mathbf{x})}{\sum_j (kw_j)^2 \phi_j(\mathbf{x})}$$

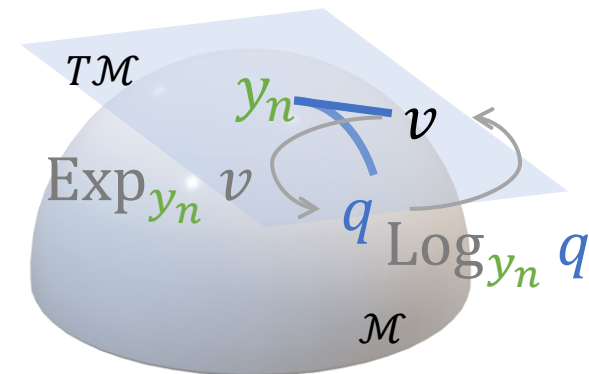
データ項そのままに
いくらでも正則化項 $\sum_i |w_i|$ を小さく可能

→ スパース性の効果が得られない

【対策 2】 微小な重みの定数項を追加

$\{w_i^2 \phi_i(\mathbf{x}), c_i\} + \{\epsilon \ll 1, \mathbf{I} : \text{恒等変換}\}$

データ項の設定における課題



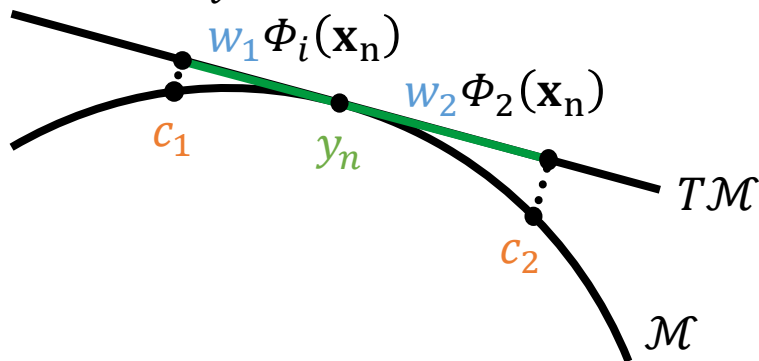
【課題 1】

$\hat{y}(\mathbf{x})$ が閉形式でないのが厄介

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \operatorname{argmin}_{q \in \text{SE}(2)} \left\| \sum_i \frac{w_i^2 \Phi_i(\mathbf{x})}{\sum_j w_j^2 \Phi_j(\mathbf{x})} \text{Log}_q(c_i) \right\|$$

【対策 1】 $\hat{y}(\mathbf{x}_n) = y_n$ となるはず

$$E_{d,n} = \left\| \sum_i \frac{w_i^2 \Phi_i(\mathbf{x}_n)}{\sum_j w_j^2 \Phi_j(\mathbf{x}_n)} \text{Log}_{y_n}(c_i) \right\|$$



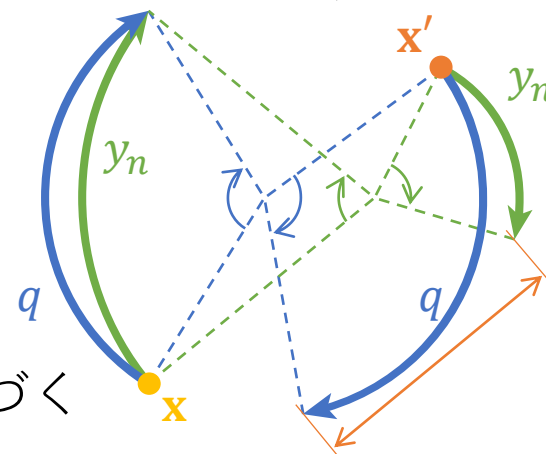
【課題 2】

剛体変換（回転 + 並進）の計量

回転と並進で計量が異なる

$$q = \text{Exp}_{y_n} \left(\sum_i x'_{i,n} \text{Log}_{y_n}(c_i) \right)$$

2つの変換 q, y_n の差は座標 $\mathbf{x}, \mathbf{x}'$ で異なる



【対策 2】

幾何変換場では座標 $\mathbf{x}_n$ と変換 y_n が紐づく

$$\|\text{Log}_{y_n}(q)\|_{\mathbf{x}_n} \equiv \|q\mathbf{x}_n - y_n\mathbf{x}_n\|$$

【まとめ】幾何変換のスパーカーネル回帰

モデル式

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \operatorname{argmin}_{q \in \text{SE}(2)} \left\| \sum_i \frac{w_i^2 \Phi_i(\mathbf{x})}{\sum_j w_j^2 \Phi_j(\mathbf{x})} \operatorname{Log}_q(c_i) \right\|$$

- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$: 画像座標
- $\Phi_i(\mathbf{x}) = k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$: カーネル関数
- $w_i \in \mathbb{R}$: 重み
- $c_i \in \text{SE}(2)$: 係数 (剛体変換)
- $\operatorname{Log}_q(\cdot)$: q における接平面への写像
- $\{w_0, c_0\} = \{\epsilon, \mathbf{I}\}$: 定数項

係数・重みの推定

所与の $\{\mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^2, y_n \in \text{SE}(2)\}$ に対し,

$$w_i, c_i = \operatorname{argmin} \left(\sum_n E_{d,n} + \lambda E_r \right)$$

- データ項

$$E_{d,n} = \left\| \sum_i \frac{w_i^2 \Phi_i(\mathbf{x}_n)}{\sum_j w_j^2 \Phi_j(\mathbf{x}_n)} \operatorname{Log}_{y_n}(c_i) \right\|_{\mathbf{x}_n}$$

- スパース正則化項

$$E_r = \sum_i |w_i|$$

実装

内測平均の計算

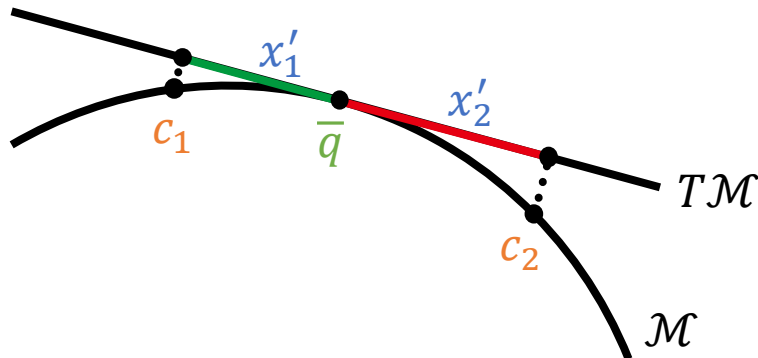
重みが凸なら数回で収束

Initialize $\bar{q}$ ($= y_1$), $e = 0$

Repeat

- $\bar{q} = \text{Exp}_{\bar{q}}(e)$
- $e = \sum_i x'_i \text{Log}_{\bar{q}}(c_i)$

Until $e \approx 0$

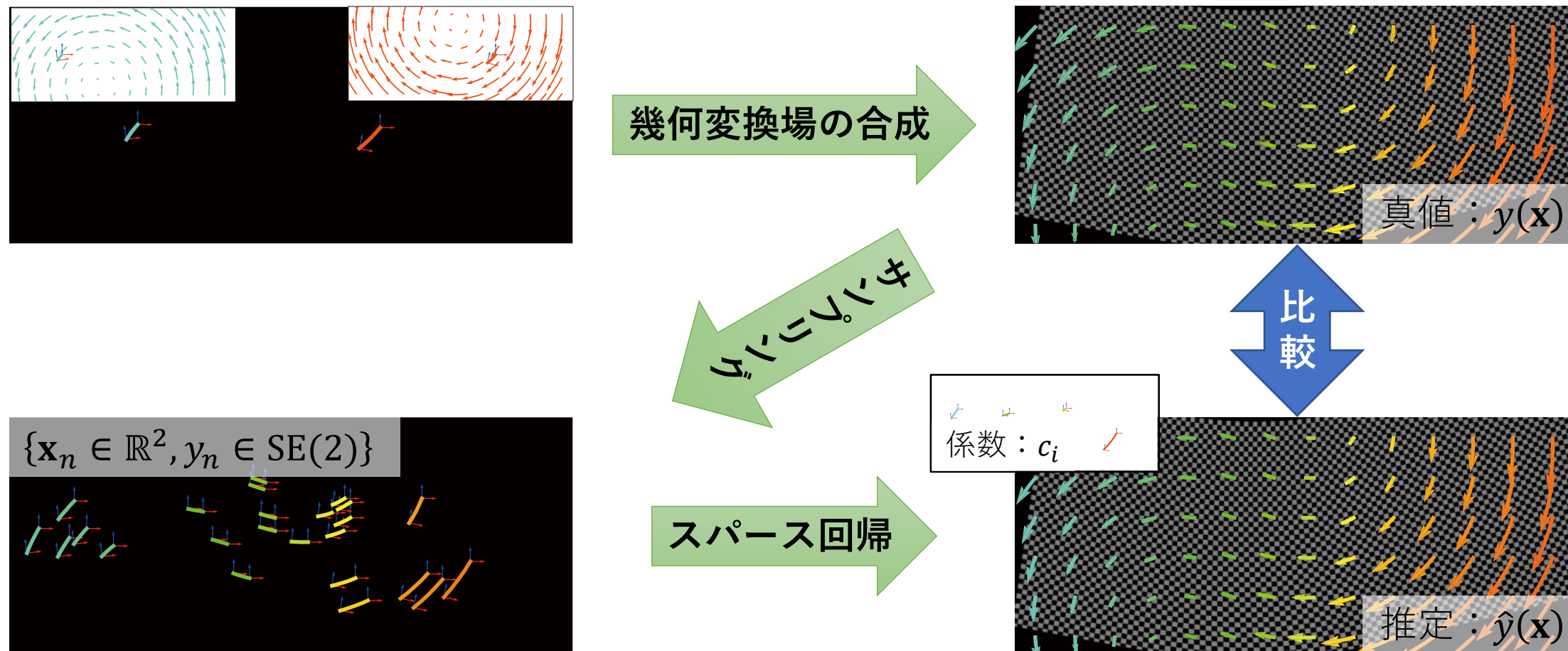


係数 c_i , 重み w_i の推定

PyTorchの利用

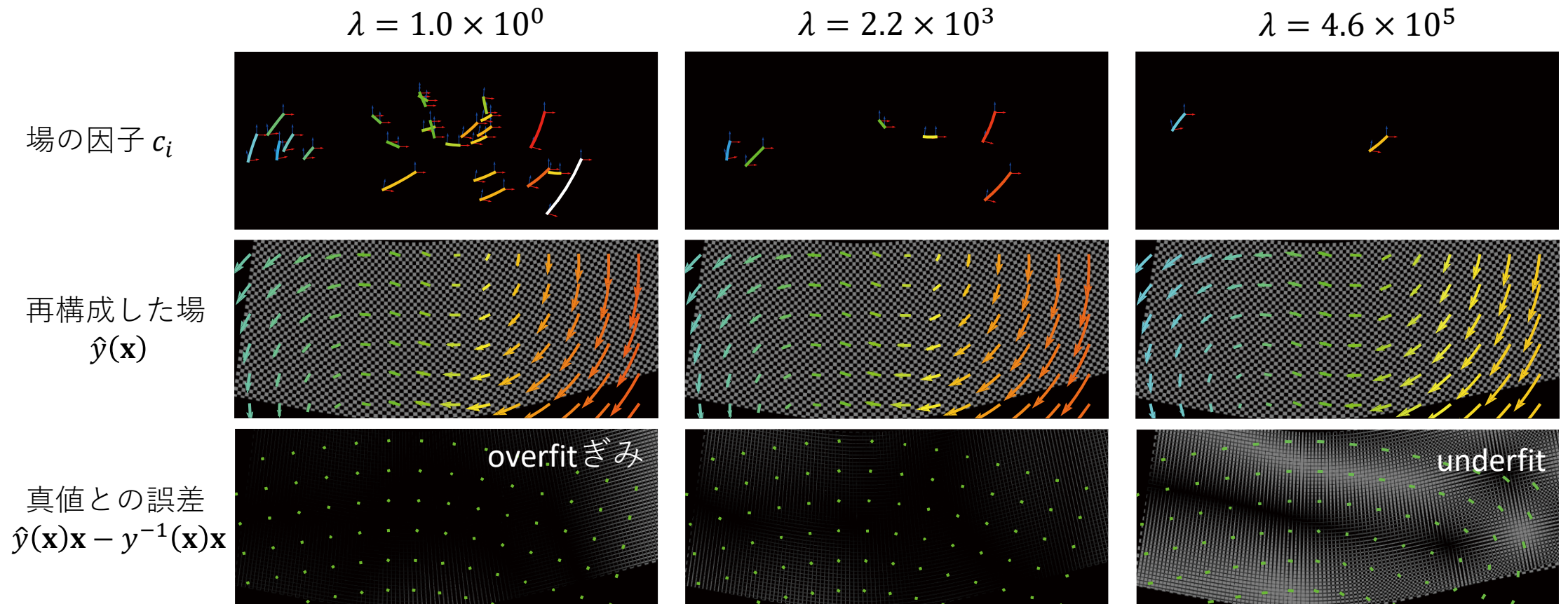
- autogradによる $\frac{d}{dw_i} E, \frac{d}{dc_i} E$ の計算
- Adamによる勾配降下
- $\{w_i, c_i\}$ の初期値 : $\left\{\frac{1}{N}, y_n\right\}$

実験：合成データによる検証

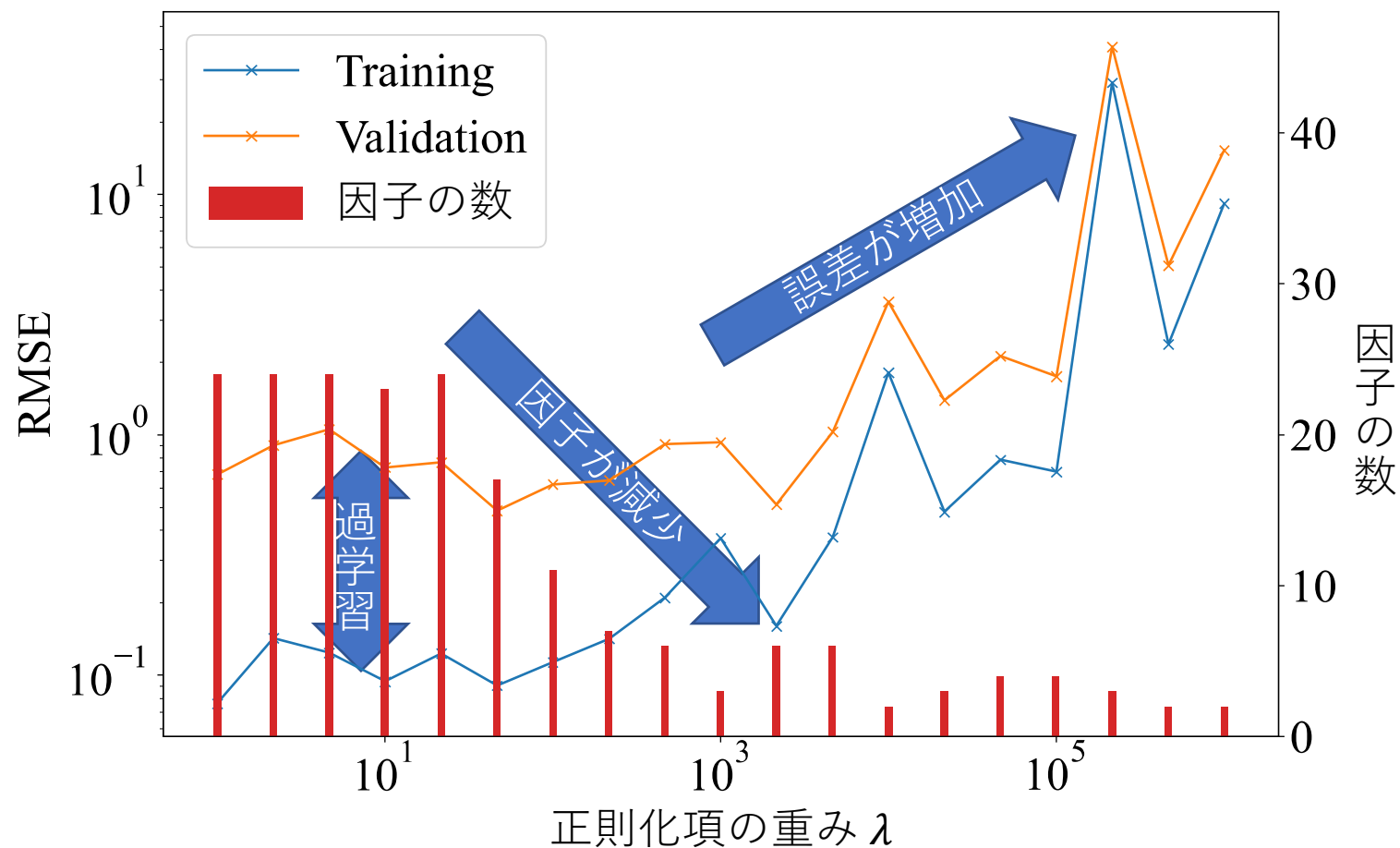


スパース正則化の効果

λ を大きくすると、有効 ($w_i \gg 0$) な因子 c_i が減少



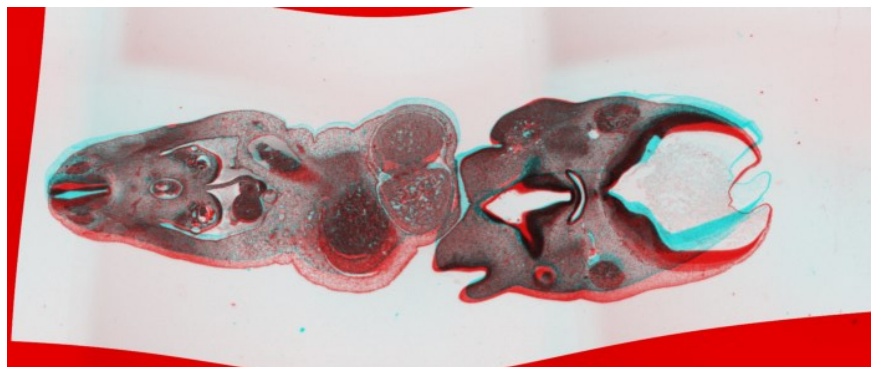
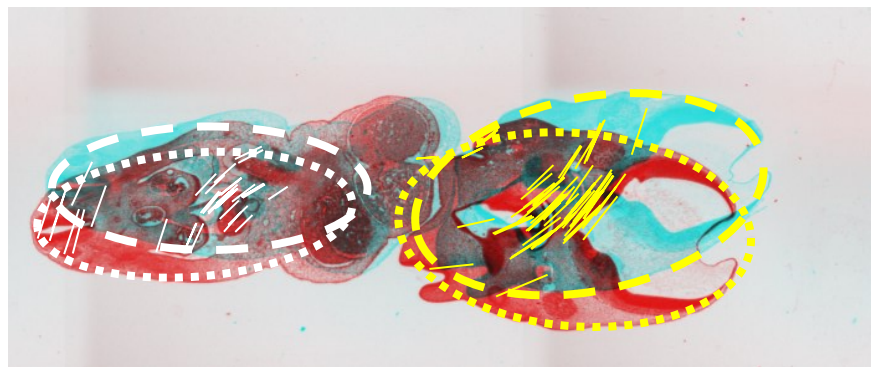
定量的評価



実験：画像位置合わせへの適用

従来手法 [PR'19]

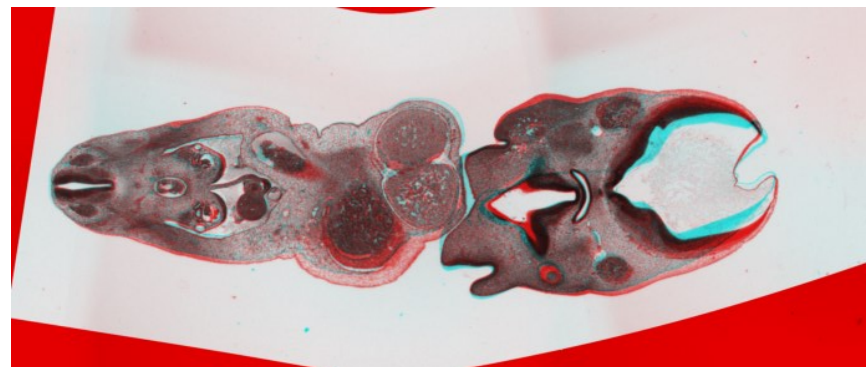
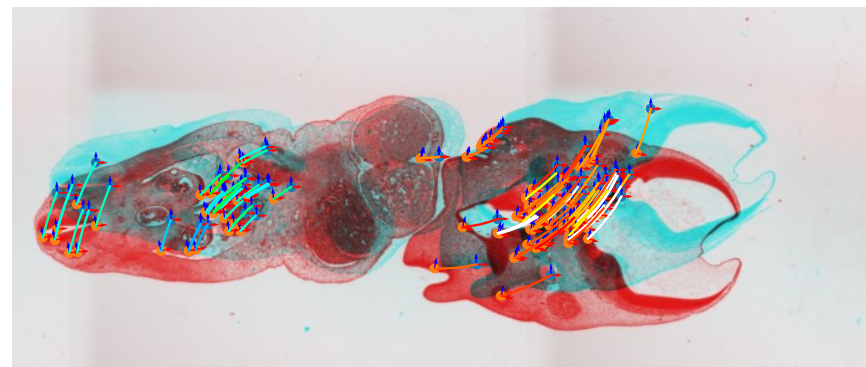
$\Phi_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|_2^2}$ による2つの変換の合成



提案手法

幾何変換のスプースカーネル回帰

位置合わせ精度が向上



まとめ

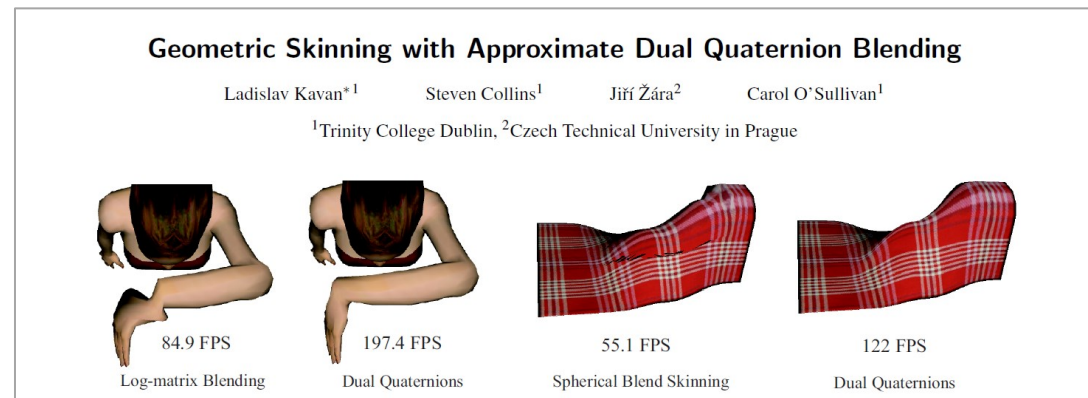
- 「幾何変換場」による
変形場のモデル化

Skinningで使われている手法を
画像位置合わせに持ち込んだ

- 幾何変換を対象とした
スパースカーネル回帰を提案

所与のサンプルから場を再構成

- 合成データによる定量評価
- 画像位置合わせへの適用



- 議論したいこと
 - 類似の取り組みがあればご教示ください.
 - 他に応用ありませんか？